

力学系数学

6

次の問い, (1) と (2) に答えよ.

(1) 実数値パラメータ ε を含む, (x, y) -平面上の 1 階常微分方程式

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - (x^3 - \varepsilon x) \\ \frac{dy}{dt} = -x \end{cases} \quad (\text{i})$$

を考える. ε の値が 0 ではなく, $-1 < \varepsilon < 1$ を満たすとき, (i) の唯一の平衡点である原点の安定性を論ぜよ. また, 原点近傍の解軌道の概形を描け.

(2) (i) において $\varepsilon = 0$ として得られる, (x, y) -平面上の 1 階常微分方程式

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x^3 \\ \frac{dy}{dt} = -x \end{cases} \quad (\text{ii})$$

を考える. (ii) の唯一の平衡点である原点が安定であることを示せ (原点は漸近安定になるが「漸近」まで示す必要はない).

以上