

アルゴリズム基礎

2

配列に格納された整数データの整列に関し、以下の問いに答えよ。

(i) 長さ n_1 と n_2 の配列 A_1 と A_2 がすでに整列されているとして、長さ $n_1 + n_2$ の整列配列 A への併合を最悪時間量 $O(n_1 + n_2)$ で行うアルゴリズムを、時間量の評価と共に与えよ。このアルゴリズムを $\text{merge}(A_1, A_2, A)$ と記す。

(ii) つぎの再帰的アルゴリズム sort を用いて、 $\text{sort}(A[1, n])$ を実行すれば、長さ n の任意の配列 A が整列されることを説明せよ。ただし、 $A[i, j]$ は配列 A のセル i からセル j までの部分配列を示す。また、 sort の最悪時間量を評価せよ。

```
sort( $A[i, j]$ ):  
  if  $j - i < 1$ , then return;  
   $s \leftarrow i + \lfloor (j - i) / 2 \rfloor$ ;  
  sort( $A[i, s]$ );  
  sort( $A[s + 1, j]$ );  
  merge( $A[i, s], A[s + 1, j], A[i, j]$ );  
  return;
```

(iii) $\text{sort}(A[1, n])$ を実行すると、配列 A の各要素は、配列内で移動を繰り返す。さて、 A の任意の要素について、計算終了までにその要素が移動する距離の総和は n 以下であることを示せ。ただし、配列のセル i からセル j への移動距離を $|j - i|$ とし、また、この問いでは、配列 A のすべての要素は異なる値をとると仮定する。