

基礎力学

5

球形の水滴(密度 μ)が一様な密度 ν の水蒸気中を、重力によって自然落下していくとき、水滴自身が掃いた(水滴が通過した)場所に存在している水蒸気をすべて自分自身に取り込み、質量を増しながら加速していく場合を考える。このとき、水滴は水蒸気を取り込んでも、一様な密度 μ の球形を常に保つものとし、水蒸気による抵抗力及び浮力は無視できるとする。初期(時刻 $t = 0$)に水滴の半径は a_0 、速度は 0 であるとし、以下の問いに答えよ。(重力加速度の大きさを g とする。)

- (i) 時刻 t において水滴の質量は M 、速度は V (鉛直下向を正とする)で、微少な時間 δt だけ経過した時刻 $t + \delta t$ のときに質量、速度はそれぞれ微少に変化し、 $M + \delta M$ 、 $V + \delta V$ となるとする。2つの時刻の間での系の全運動量の変化はその間の重力による力積に等しいことより関係式を書き下し、 $\delta t \rightarrow 0$ の極限をとって運動方程式を求めよ。
- (ii) 水滴の質量 M の時間微分を水滴の速度 V を用いて表し、それより、水滴の半径 a の時間微分を求めよ。
- (iii) (i) と (ii) で求めた2つの式を用いて、十分時間が経過したあとの水滴の加速度を求めよ。