

## 応用数学

1

以下の問いに答えよ .

- (i) 点  $z = a$  は複素関数

$$f(z) = \frac{g(z)}{h(z)}$$

の 1 位の極であるとする . さらに ,  $g(z)$  は  $z = a$  で正則 ,  $g(a) \neq 0$  ,  $h(a) = 0$  ,  $h'(a) \neq 0$  とする . このとき  $z = a$  における  $f(z)$  の留数は

$$\frac{g(a)}{h'(a)}$$

で与えられることを示せ .

- (ii) 複素数平面全体で定義された関数

$$F(z) = \frac{1}{3e^{iz} - 2 \cos z}$$

の特異点をすべて求めよ .

- (iii) (ii) の関数  $F(z)$  について積分

$$I = \int_C F(z) dz$$

を求めよ . ここに  $C = \{z \mid |z| = 1\}$  は単位円である .