

グラフ理論

2

単純無向グラフ G には $n (\geq 3)$ 個の節点があるとする. また, 節点 v に接続する枝の数 (すなわち次数) を $d(v)$ で表す. 隣接していない任意の 2 節点 v と w について $d(v) + d(w) \geq n$ が成り立つとき, G はハミルトン閉路を持つことを証明せよ. なお, ハミルトン閉路とは, n 個の節点すべてをそれぞれちょうど一度ずつ通る閉路である.

ヒント: 背理法を用いる. その際, 枝をあと一本付け加えるとハミルトン閉路ができてしまうようなグラフを考えよ.