

アルゴリズム基礎

2

n 個の区間 $I_i = [a_i, b_i]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) が与えられるとき、重なりを持つ区間の対をすべて列挙したい。なお、 $[a_i, b_i]$ は実数の集合 $\{x \in \mathbf{R} \mid a_i \leq x \leq b_i\}$ を表し、二つの区間 I_i と I_j が重なりを持つとは、 $[a_i, b_i] \cap [a_j, b_j]$ が空集合でないことを意味する。全ての $i = 1, 2, \dots, n$ に対して a_i と b_i は整数で $a_i \leq b_i$ を満たし、また、任意の i と j ($i \neq j$) に対して $a_i \neq a_j$ を仮定する。区間のデータは端の値 a_i と b_i が配列で与えられており、二つの数の大小比較や四則演算などの基本操作は全て $O(1)$ 時間で可能とする。

- (i) 区間対全てに対してそれぞれ重なりの有無を調べて該当するものを列挙する方法が要する時間を述べよ。
- (ii) 重なりを持つ区間対の総数を k とするとき、そのような区間対を列挙する $O(n \log n + k)$ 時間のアルゴリズムを与えよ。
- (iii) 重なりを持つ区間対を列挙するのではなく、その総数 k のみを出力する $O(n \log n)$ 時間のアルゴリズムを与えよ。