平成１８年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程
数理工学専攻
入学者選抜試験問題

基礎科目

試験日時：平成１７年８月８日、午後１時００分より３時００分まで

選択科目：基礎数学 I、アルゴリズム基礎、線形計画、線形制御理論、基礎力学、基礎数学 II

注意：(1) 上記科目から２科目選択すること。３科目以上を解答した場合は、答案を無効にすることがある。

(2) 解答は１科目につき解答用紙１枚に記入すること。解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる部分を空白にしておくこと。

(3) 解答用紙は問題毎に回収する。
問題用紙は持ち帰ること。

基礎数学 I

$\boxed{1}$

s を実数とし，ゼータ関数
$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s} \tag{1}$$
とガンマ関数
$$\Gamma(s)=\int_0^{\infty}e^{-x}x^{s-1}dx \tag{2}$$
の定義域とその性質について，以下の問いに答えよ．

(i) $s>0$ とする．広義積分
$$I(s)=\int_1^{\infty}\frac{1}{x^s}dx$$
の収束，発散を調べよ．

(ii) $s=1$ のとき，
$$\zeta(1)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$$
は発散することを示せ．

(iii) $s>1$ のとき，ゼータ関数
$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$$
は収束することを示せ．

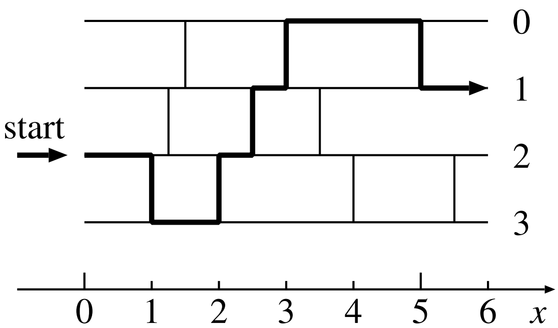
(iv) $\lim_{x\to\infty}e^{-x}x^{s+1}=0$ に注意して，$s>0$ のとき，(2) の右辺の積分は収束することを示せ．

(v) $s>0$ のとき，
$$\frac{1}{n^s}\Gamma(s)=\int_0^{\infty}e^{-nt}t^{s-1}dt \tag{3}$$
を導け．さらに，$s>1$ のとき，関係式
$$\zeta(s)\Gamma(s)=\int_0^{\infty}\frac{t^{s-1}}{e^t-1}dt \tag{4}$$
が成り立つことを示せ．

アルゴリズム基礎

2

下図のようにあみだくじを横向きに描き, 左側の与えられたスタート位置から始めて, 右側の何番にたどり着くかを判定したい. (あみだくじでは, 横線を左から右にたどり, 縦線との交点に来たらその縦線をたどって隣の横線に渡る. 渡り終えた点から横線を右へ進み, 以下同様のルールで右端までたどる.) 横線 (水平に引く) に上から順に $0, 1, \ldots, m$ と番号をつけ, 横線 $k-1$ と k $(k = 1, \ldots, m)$ の間の縦線の本数を n_k (≥ 1) とする. また, これら縦線の位置は, 図の右の表のように配列 $A_k(i)$ $(i = 1, \ldots, n_k)$ に縦線の位置の x 座標が左から順に格納されているものとする (縦線は必ず垂直に引く). 縦線の位置座標は全て異なる (つまり $k \neq l$ あるいは $i \neq j$ ならば $A_k(i) \neq A_l(j)$) ものとする. スタート位置の x 座標を 0 とし, 任意の k と i に対して $A_k(i) > 0$ とする. また, 縦線の総数を $n = n_1 + \cdots + n_m$ と記す.



i	1	2	3	4
$A_1(i)$	1.5	3.0	5.0	
$A_2(i)$	1.2	2.5	3.5	
$A_3(i)$	1.0	2.0	4.0	5.5

あみだくじの上で, スタート位置か, ある縦線をたどり終わった直後の点を, 横線 k 上の現在位置 x' とする. あみだくじをたどるには, このような点から次にたどるべき縦線を配列から読み取る必要がある. たとえば,

$$1 \leq k \leq m-1 \text{ かつ } x' < \min\{A_k(n_k), A_{k+1}(n_{k+1})\} \tag{1}$$

であるとき, 次にたどるべき縦線は, 配列 A_k において $A_k(i_k) > x'$ を満たす最小の i_k と, 配列 A_{k+1} において $A_{k+1}(i_{k+1}) > x'$ を満たす最小の i_{k+1} に対して, $A_k(i_k)$ と $A_{k+1}(i_{k+1})$ の小さい方である.

配列のひとつの要素へのアクセスや基本演算は全て $\mathrm{O}(1)$ 時間で可能であり, 座標や線の番号などの数値は全て $\mathrm{O}(1)$ の記憶領域に格納できるものとする. 以下, 記憶領域量を議論するときには, 入力データ (縦線の位置を表す配列 A_k 等) を格納する領域を含めず, それ以外の部分, すなわち計算に用いる変数等を格納する領域のみを考える. なお, 入力データを格納している領域の書き換えは許さない.

(i) 横線 k 上の現在位置 x' が条件 (1) を満たす場合について, 次にたどるべき縦線を配列から読み取るためのルールを上に述べた. それ以外のすべての場合に対するルールを書き下せ. そのような縦線が存在しない場合もあることに注意せよ.

(ii) 横線 k 上の現在位置 x' から, 次にたどるべき縦線を見つけるのに, 毎回 $A_k(i)$ と $A_{k+1}(i)$ (k が 0 か m のときは一方のみ) をそれぞれ $i = 1, 2, 3, \ldots$ と左から順にたどるという単純な方法を用いるとき, このアルゴリズムがスタート位置から右端にたどりつくまでに要する計算時間を述べ, その理由を簡潔に説明せよ.

(iii) 記憶領域を $\mathrm{O}(1)$ しか利用できないものとする. このような条件のもとで $\mathrm{O}(n \log n)$ 時間で動作するアルゴリズムを与えよ.

(iv) 記憶領域に関する制約がないとき, 上の (ii) の方法よりも高速なアルゴリズムで記憶領域量が出来るだけ少ないものを与えよ. さらに, その時間量と記憶領域量を評価せよ.

線形計画

$\boxed{3}$

次の線形計画問題 P を考える．

$$
\begin{array}{lll}
\mathrm{P}: & \text{minimize} & \boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{x} \\
 & \text{subject to} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{b} \\
 & & \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}
\end{array}
$$

ただし，$\boldsymbol{A}$ は $m \times n$ 係数行列，$\boldsymbol{b}$ は m 次元係数ベクトル，$\boldsymbol{c}$ は n 次元係数ベクトル，$\boldsymbol{x}$ は n 次元変数ベクトルである．ベクトルはすべて列ベクトルとし，$^\top$ は転置を表す．問題 P は最適解をもつと仮定し，目的関数の最小値を min (P) と表す．

さらに，問題 P に関連して，m 次元ベクトル $\boldsymbol{w}$ をパラメータとして含む次の線形計画問題 P($\boldsymbol{w}$) を考える．

$$
\begin{array}{lll}
\mathrm{P}(\boldsymbol{w}): & \text{minimize} & \boldsymbol{c}^\top \boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}^\top(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}) \\
 & \text{subject to} & \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}
\end{array}
$$

この問題の目的関数の最小値を min (P($\boldsymbol{w}$)) と表す．ただし，問題 P($\boldsymbol{w}$) が有界でないときは min (P($\boldsymbol{w}$)) $= -\infty$ と定義する．

以下の問 (i)–(iii) に答えよ．

(i) 任意の $\boldsymbol{w} \geq \boldsymbol{0}$ に対して min (P) $\geq$ min (P($\boldsymbol{w}$)) が成り立つことを示せ．

(ii) 問題 P の双対問題の任意の最適解を $\boldsymbol{w}^*$ とする．そのとき，min (P) $=$ min (P($\boldsymbol{w}^*$)) が成り立つことを示せ．

(iii) ある $\bar{\boldsymbol{w}} \geq \boldsymbol{0}$ に対して min (P) $=$ min (P($\bar{\boldsymbol{w}}$)) が成り立つならば，ベクトル $\bar{\boldsymbol{w}}$ は問題 P の双対問題の最適解であることを示せ．

線形制御理論

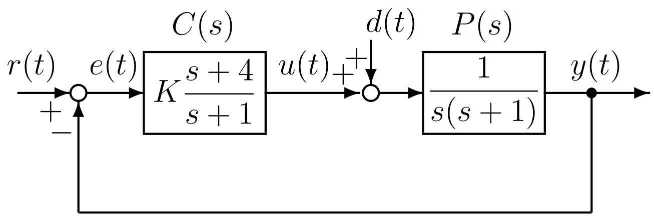
$\boxed{4}$

プラント $P(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ とコントローラ $C(s) = K\dfrac{s+4}{s+1}$ からなる下図のフィードバック制御系を考える．ここに，K は実数値の設計パラメータである．各信号 $u(t)$, $y(t)$, $r(t)$, $d(t)$ は，それぞれ時刻 t における制御入力，プラント出力，目標値および外乱である．また，制御偏差を $e(t) = r(t) - y(t)$ とする． 以下の問いに答えよ．

(i) $K = 1$ のときの $C(s)$ のボード (Bode) 線図 (ゲイン線図および位相線図）を描け．

(ii) ナイキスト (Nyquist) の安定判別法により，フィードバック制御系が安定となる K の範囲を求めよ．

(iii) 目標値 $r(t)$ と外乱 $d(t)$ はともに単位ステップ信号であるとする．このときの定常偏差 ($e(t)$ の定常値) を e_s とする．また，フィードバック制御系のゲイン余裕を g とする (単位は [dB](デシベル) とする)．このとき，フィードバック制御系を安定にし，かつ $|e_s| \leq 1/2$ および $g \geq 10$[dB] を満たす K が存在するかどうか調べよ．存在するならば，そのような K の範囲を求めよ．もし存在しないならば，フィードバック制御系の安定性と $|e_s| \leq 1/2$ の制約の下で g を最大にする K およびそのときの g の最大値を求めよ．



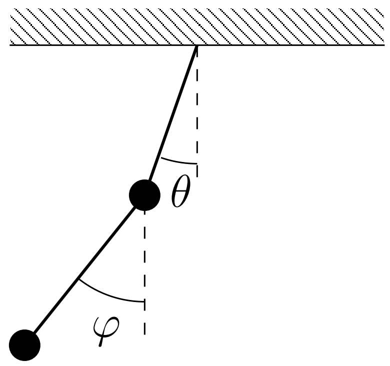
基礎力学

$\boxed{5}$

図に示すように質量 m の２つの質点が伸び縮みしない長さ ℓ の２本の糸で吊り下げられている。糸はたるまず、２つの質点が鉛直面内を運動するものとする。重力加速度の大きさを g とするとき，以下の問に答えよ。

(i) 図に示すように θ，φ を２本の糸が鉛直方向となす角度として定義する．角度 θ，φ が必ずしも微少でない場合のこれらに対する運動方程式を書き下せ。

(ii) θ，φ が微少なとき，この系の規準振動数を求め，運動方程式の一般解を求めよ。



基礎数学 II

$\boxed{6}$

実対称行列はそのすべての固有値が正であるとき, 正定値といい, すべての固有値が非負であるとき, 半正定値という. 以下の問いに答えよ.

(i) $n \times n$ 実対称行列 B が半正定値であるための必要十分条件は, すべての $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$ に対して, $\boldsymbol{x} \cdot B\boldsymbol{x} \geq 0$ の成り立つことである. また, B が正定値となるための必要十分条件は, すべての $\boldsymbol{x} \neq 0$ に対して, $\boldsymbol{x} \cdot B\boldsymbol{x} > 0$ の成り立つことである. これを証明せよ. ただし, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ で $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbf{R}^n$ の内積を表す.

(ii) $n \times n$ 実行列 A に対し, $S_0 = A^T A$ とおく. S_0 は半正定値対称行列で, $\operatorname{rank} A = \operatorname{rank} S_0$ が成り立つことを示せ. ただし, $\operatorname{rank} A$ は行列 A の階数を, また, A^T は A の転置行列をそれぞれ表す.

(iii) 階数 1 の行列を $A = \boldsymbol{b}\boldsymbol{a}^T$ で与える. ただし, $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbf{R}^n$ はともにゼロでない列ベクトルで, かつ $\|\boldsymbol{b}\| = 1$ とする. このとき, 対称行列 $S = \operatorname{tr}(A^T A)I - A^T A$ は半正定値であるが, 正定値ではないことを示せ. ただし, $\|\cdot\|$ はベクトルのノルムを, tr は行列のトレースを, I は $n \times n$ 単位行列をそれぞれ表す.

(iv) 一般に, $S = \operatorname{tr}(A^T A)I - A^T A$ が正定値であるための必要十分条件は $\operatorname{rank} A \geq 2$ であることを示せ.

平成１８年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程
数理工学専攻
入学者選抜試験問題

専門科目

試験日時：平成１７年８月８日、午後３時１５分より５時１５分まで

選択科目：応用数学、グラフ理論、オペレーションズリサーチ、現代制御論、
物理統計学、力学系数学

注意：(1) 上記科目から２科目選択すること。３科目以上を解答した場合は、答案を無効にすることがある。

(2) 解答は１科目につき解答用紙１枚に記入すること。解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる部分を空白にしておくこと。

(3) 解答用紙は問題毎に回収する。
問題用紙は持ち帰ること。

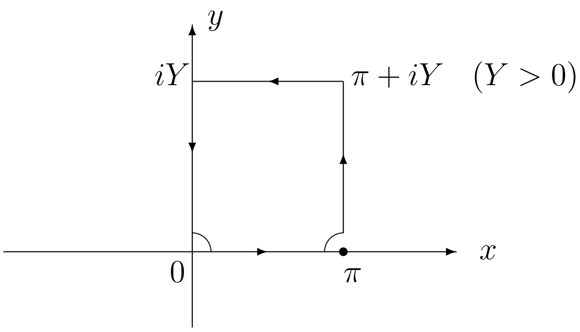
応用数学

$\boxed{1}$

複素数 z を変数とする対数関数 $\log z$ に対し，z の偏角 $\arg z$ を $-\pi < \arg z \leq \pi$ と選び, z が正の実数のとき $\log z$ が実数値をとるようにしてその主値を定義し，これを $\operatorname{Log} z$ で表す．以下の問いに答えよ．

(i) 2 つの複素数 z_1, z_2 が $\operatorname{Log} z_1 z_2 = \operatorname{Log} z_1 + \operatorname{Log} z_2$ を満たすための条件を示せ．

(ii) 閉曲線 C を



で与える．ここで点 0 と点 π の周りでは，C はそれぞれの点を中心とした半径 $\delta\ (\delta > 0)$ の円周（の四半分）上を通るものとする．このとき，閉曲線 C に沿っての関数 $\operatorname{Log}(1 - e^{2iz})$ の積分

$$\oint_C \operatorname{Log}(1 - e^{2iz})dz$$

の値は 0 である．この結果を用いて，実軸上の積分 $\displaystyle\int_0^\pi \operatorname{Log}\left(1 - e^{2ix}\right)dx$ の値を求めよ．ここで，$0 \leq |z| \leq \pi/2,\ z = x + i\,y\,(x, y \in \mathbb{R})$ ならば, 不等式

$$|1 - e^{2iz}| \leq 4e^{-y}\,|z|$$

が成り立つことを用いてよい．

(iii) $\displaystyle\int_0^\pi \log(\sin x)\,dx = -\pi \log 2$ となることを示せ．ここでの $\log$ は実の対数関数を表す．

グラフ理論

$\boxed{2}$

単純無向グラフを単にグラフと呼び，グラフ H の節点集合，枝集合をそれぞれ $V(H)$, $E(H)$ と書く．以下，G を節点数 $n(\geq 3)$ の完全グラフとし，正の枝重み $w(e) > 0, e \in E(G)$ を考える．2 節点 u, v 間の枝 $e = (u, v)$ の重みは $w(u, v)$ とも表す．各枝 $e = (u, v) \in E(G)$ に対して，$w^*(e)(= w^*(u, v))$ を 2 節点 u, v 間の重み w に関する最短路の長さとする．G の部分グラフ G' に対して，$\sum_{e \in E(G')} w(e)$, $\sum_{e \in E(G')} w^*(e)$ をそれぞれ $w(G')$, $w^*(G')$ と表す．S を $V(G)$ の部分集合で要素数 2 以上のものとし，S 内の節点をすべて含む G の連結な部分グラフ G' の中で，$w(G')$ を最小にするものを T_1，$w^*(G')$ を最小にするものを T_2 とする．以下の問いに答えよ．

(i) 次の命題を証明せよ．すべての枝 $e \in E(G)$ に対して $w^*(e) = w(e)$ が成立するための必要十分条件は，任意の 3 節点 $x, y, z \in V(G)$ に対して $w(x, y) + w(y, z) \geq w(x, z)$ が成立することである．

(ii) T_2 は木であり，どの葉節点も S 内の点であることを証明せよ．

(iii) $w(T_1) \geq w^*(T_2)$ が成立することを証明せよ．

(iv) $w^*(T_2) \geq w(T_1)$ が成立することを証明せよ．

(v) T_1 の各枝 $e \in E(T_1)$ に対して，$w(e) = w^*(e)$ であることを証明せよ．

オペレーションズリサーチ

$\boxed{3}$

$n\times n$ 実対称行列 $\boldsymbol{A}$，n 次元実ベクトル $\boldsymbol{a}$，実数 μ を用いて
2 次関数 $f, g_\mu : R^n \to R$ を次のように定義する．

$$
\begin{aligned}
f(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}^\top \boldsymbol{x} \\
g_\mu(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^\top (\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{I})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}^\top \boldsymbol{x}
\end{aligned}
$$

ここで，$^\top$ は転置を表し，$\boldsymbol{I}$ は $n\times n$ の単位行列である．
このとき以下の問 (i),(ii) に答えよ．

(i) $\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{I}$ が半正定値行列であれば，

$(\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{I})\boldsymbol{x}^* = -\boldsymbol{a}$ を満たす $\boldsymbol{x}^* \in R^n$ は制約なし最小化問題

$$\text{minimize} \quad g_\mu(\boldsymbol{x})$$

の大域的最適解となることを示せ．

(ii) 次の 3 条件

(a) $\boldsymbol{A}+\lambda\boldsymbol{I}$ は半正定値行列

(b) $(\boldsymbol{A}+\lambda\boldsymbol{I})\boldsymbol{x}^* = -\boldsymbol{a}$

(c) $\lambda \geq 0,\ (\boldsymbol{x}^*)^\top \boldsymbol{x}^* \leq 1,\ \lambda(1-(\boldsymbol{x}^*)^\top \boldsymbol{x}^*) = 0$

を満たす $\boldsymbol{x}^* \in R^n$ と $\lambda \in R$ が存在するとき，

$\boldsymbol{x}^*$ は制約つき最小化問題

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & f(\boldsymbol{x}) \\
\text{subject to} & \boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{x} \leq 1
\end{array}
$$

の大域的最適解となることを示せ．

現代制御論

$\boxed{4}$

状態空間モデル

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

で表されるシステムを考える．ここに，$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ は，それぞれ時刻 t における状態ベクトルと入力ベクトルである．また，$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$ である．

任意の $x_0 \in \mathbb{R}^n$ に対してある有限な非負の実数 t_f と入力 $u(t)$, $0 \le t \le t_f$ が存在して $x(0) = x_0$ を $x(t_f) = 0$ に移すとき，行列対 (A, B) は可制御であるという．(A, B) が可制御であるための必要十分条件として，次の３つの等価な条件が知られている．

(a) $\mathrm{rank}\begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \ldots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$

(b) 任意の複素数 λ に対して $\mathrm{rank}\begin{bmatrix} A - \lambda I_n & B \end{bmatrix} = n$ が成立する．ただし，I_n は n 次元の単位行列である．

(c) 適当な定数行列 $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ を選ぶことにより，$A + BK$ の固有値を任意の値 (ただし複素数は共役対を含む) に配置することができる．

これら３つの必要十分条件を用いて，以下の問いに答えよ（どの条件を何度用いてもよい）．

(i) 任意の定数行列 $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ に対して，(A, B) が可制御であることと $(A+BK, B)$ が可制御であることは等価である．これを証明せよ．

(ii) 行列 A は安定，すなわち，A のすべての固有値の実部は負であるとする．このとき，$P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ を未知変数とする線形行列方程式

$$AP + PA^T + BB^T = 0$$

は半正定値 (非負定値) 解

$$P = \int_0^\infty \mathrm{e}^{At}BB^T\mathrm{e}^{A^Tt}\,dt$$

をもつことを証明せよ．ただし，^{T} は転置を表す．(ヒント: $\frac{d}{dt}(\mathrm{e}^{At}BB^T\mathrm{e}^{A^Tt})$ を考えよ) さらに，(A, B) が可制御であるならば，この半正定値解 P は正定値となることを証明せよ．ただし，この証明に (iii) の結果を用いてはならない．

(iii) 行列 A が安定とは限らない場合，次の (イ) と (ロ) は等価であることを証明せよ．

(イ) (A, B) は可制御である．

(ロ) ある定数行列 $K \in \mathbb{R}^{m\times n}$ と正定値対称行列 $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ が存在して，$A + BK$ は虚軸上に固有値をもたず，かつ

$$(A + BK)P + P(A + BK)^T + BB^T = 0$$

が成立する．

物理統計学

$\boxed{5}$ 平衡統計力学, 確率過程のどちらか一方を選択せよ.

平衡統計力学

N 個のスピンからなる体系を考える. 各スピンの状態は 1 あるいは-1 の値をとるスピン変数 $\{S_i\}(i = 1, .., N)$ により記述される. 体系の温度を T とし, ボルツマン (Boltzmann) 定数 k_B を 1 とする. 外部磁場の強さを B, 各スピンはそれに隣接する γ 個のスピンと相互作用し, その強さを ϵ とする. このとき, 体系のエネルギーは次式で与えられる.
$E(S_1, ..., S_N) = -\epsilon \sum_{<i,j>} S_i S_j - B \sum_{i=1}^{N} S_i.$
但し $\sum_{<i,j>}$ は隣接する全てのスピン対についての和を表す. 以下の問いに答えよ.
(i) 相互作用がないとき ($\epsilon = 0$), 体系の磁化の強さ $M = \sum_i S_i/N$ の期待値 $< M >$ を B と T の関数として求め, 図を用いてその T, B 依存性について簡潔に説明せよ.
(ii)$\epsilon > 0$ のときに、平均場近似を用いて, $< M >$ を B と T の関数として求め, 特に $B = 0$ の場合について, その T 依存性について簡潔に説明せよ.

確率過程

連続な時間変数 $t(t \geq 0)$ に関して非減少で, 非負の整数値をとる 1 次元確率過程 $N(t)$ について考える. $p(n_1, t_1|n_0, t_0)$ は, 時刻 t_0 において状態 n_0 にいた系 (即ち $N(t_0) = n_0$) が, 時刻 t_1 に状態 n_1 にいる遷移確率を表すとする. 以下の問いに答えよ.
(i) 確率過程 $N(t)$ がマルコフ過程のとき, 遷移確率の満たすべき次のチャップマン-コロモゴルフ (CK) 方程式を導け.

$$p(n_2, t_2|n_0, t_0) = \sum_{n_1} p(n_2, t_2|n_1, t_1) p(n_1, t_1|n_0, t_0)$$

(ii) 確率過程 $N(t)$ は時刻 t までに, 空間に固定されたある面を通過する粒子の総数を表すとする. 微少時間 dt の間に 1 個の粒子が通過する確率は μ を正の定数として μdt で与えられるとし, 2 個以上が通過する確率は無視してよい. このとき, 遷移確率 $p(n_1, t_1|n_0, t_0)$ を求めよ.
(iii) (ii) で求めた遷移確率 $p(n_1, t_1|n_0, t_0)$ が (i) のチャップマン-コロモゴルフ (CK) 方程式を満足することを示せ.

力学系数学

$\boxed{6}$

連立常微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(y-z) \\ \dfrac{dy}{dt} = y(z-x) \\ \dfrac{dz}{dt} = z(x-y) \end{cases} \tag{1}$$

について次の問いに答えよ.

(i) $x(0)+y(0)+z(0)=1$ と仮定するとき，任意の t について

$$x(t)+y(t)+z(t)=1$$

が成り立つことを示せ.

関係式 $x(t)+y(t)+z(t)=1$ を用いて 変数 $z(t)$ を消去すると方程式 (1) は

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(x+2y-1) \\ \dfrac{dy}{dt} = -y(2x+y-1) \end{cases} \tag{2}$$

となる．方程式 (2) について以下の問いに答えよ.

(ii) xy-平面の領域 $D=\{(x,y)|x>0, y>0, x+y<1\}$ における方程式 (2) の平衡点をすべて求め，線形近似法によって，その安定性を調べよ.

(iii) xy-平面全体における方程式 (2) の平衡点をすべて求め，線形近似法によって，その安定性を調べよ．ただし，(ii) で調べた平衡点については除くものとする.

(iv) xy-平面全体における方程式 (2) の解曲線の概形を図示せよ.