

基礎力学

5

図に示すように机の上の一点Oに開けられた小穴に通した糸で2つの質点A, Bが結ばれている。質量 m の質点Aは水平に置かれた机の面上を運動し、質量 M の質点Bは鉛直方向にのみ運動する。2つの質点を結ぶ長さ ℓ の糸は、質量が無視でき伸縮せず、質点の運動中ゆるまないものとする。また、質点および糸に摩擦は働かないものとし、重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

(i) 質点Aの点Oに関する角運動量は保存されることを示せ。

(ii) 質点Aが点Oを中心とする半径 r_0 の円軌道を描いている場合を考える。質点Bによる重力と質点Aの遠心力の釣り合いから質点Aの点Oに関する角速度 ω を r_0, m, M, g で表せ。

(iii) この系の運動方程式を書き下せ。質点Aの点Oに関する角運動量の大きさを L としたとき、 $r = \overline{AO}$ に対する運動方程式を導け。

(iv) 最初、半径 r_0 の円軌道を質点Aが描いているとする。時刻 t_0 には、質点Aと点Oとの距離 r が微小量 ϵ だけ増し $r(t_0) = r_0 + \epsilon$ となり、 $\frac{dr}{dt}(t_0) = 0$ であったとすると、その後も r の r_0 からの変化は微小となる。 ϵ の1次のオーダーまでの近似で r はどのような時間変化をするかを計算せよ。ここで、半径の増加は角運動量が保存されるように行われるとする。

