

応用数学

1

以下の問いに答えよ.

- (i) $z = a$ が $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ の 1 位の極なら, $f(z)$ の $z = a$ における留数 $\text{Res}_{z=a} f(z)$ は

$$\text{Res}_{z=a} f(z) = \frac{p(a)}{q'(a)}$$

で与えられることを証明せよ. ただし, $p(z), q(z)$ はともに, $z = a$ のまわりで正則で, かつ $p(a) \neq 0, q(a) = 0, q'(a) \neq 0$ である.

- (ii) 関数 $g(x) = \frac{1}{\cosh x}$ のフ - リエ変換 $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{-i\xi x} dx$ を, 以下に示す積分路に沿っての積分を考えて計算せよ. ただし, $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

