

アルゴリズム基礎

2

以下のように2次元ベクトル $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ の集合上で全順序 \preceq を定義する.

$$(x_1, y_1) \preceq (x_2, y_2) \iff (a) x_1 + y_1 < x_2 + y_2 \text{ または } (b) x_1 + y_1 = x_2 + y_2 \text{ かつ } x_1 \leq x_2$$

任意に与えられる n 個の2次元ベクトルからなる有限多重集合 A の全要素を \preceq に従って、小さいものから大きいものへの順に整列させることを考える. ただし, 同じ x, y 成分を持つ二つのベクトルの順序は任意である. ヒープソートに関して以下の問いに答えよ. 入力として, A の n 個のベクトルは, 1次元配列 v に格納されている. また, A の各要素 $v[i]$ (i がインデックス) の x 成分と y 成分をそれぞれ $v[i].x$ と $v[i].y$ と書く.

- (i) (ソートのための) ヒープの特徴と基本操作を述べよ.
- (ii) (i) のヒープの実現方法を C または Pascal 言語の擬似コードを用いて示せ. その際, 高々 $O(n)$ の追加領域を用いてよい.
- (iii) (i) のヒープを用いたヒープソートの擬似コードを示せ.
- (iv) 四則演算や比較, 値の代入が $O(1)$ 時間でできるとし, ヒープソートが $O(n \log n)$ の計算時間で実現できることを示せ.