現代制御論

4

状態空間システム

$$\Sigma : \qquad \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

を考える．ただし，$x(t) \in \mathbb{R}^n$ と $u(t) \in \mathbb{R}^m$ はそれぞれ時刻 t における状態ベクトルおよび入力ベクトルである．以下の問いに答えよ．

(i) システム Σ の可制御性の定義を x と u を用いて書け．

以下では，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad n = 4, \quad m = 1$$

として，システム Σ に対して状態フィードバック制御

$$u(t) = Kx(t), \quad K = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4)$$

を適用する．ただし，k_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ は実数のパラメータである．

(ii) システム Σ は可制御ではないことを示し，その不可制御モードをすべて求めよ．

(iii) 閉ループ極 ($A + BK$ の固有値) を $\{-1, -1, -1, -1\}$ に配置するゲイン K は存在するか？存在しないならば，その理由を述べよ．存在するならば，そのようなゲイン K を求めよ．

(iv) 閉ループ極を $\{-2, -2, -2, -2\}$ に配置するゲイン K は存在するか？存在しないならば，その理由を述べよ．存在するならば，そのようなゲイン K を求めよ．