

現代制御論

4

状態方程式

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0$$

で表されるシステムを考える．ここに， $x(t)$ と $u(t)$ は，それぞれ時刻 t における状態ベクトルおよび入力ベクトルである．また， A と B は適当な次元の定数行列である．

- (i) このシステムの可制御性の定義を， $x(t)$ ， $u(t)$ および x_0 を用いて述べよ．
- (ii) 行列 A と B が以下で与えられるとき，システムの可制御性を判定せよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (iii) 行列 A と B が以下で与えられるとき，システムが可制御であるために a_1 ， a_2 ， b_1 ， b_2 および b_3 が満たすべき条件 (必要十分条件) を導出せよ．

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_1 & 0 \\ a_2 & 1 & a_1 \\ 0 & a_2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

- (iv) 行列 A と B が (ii) で与えられた値をもつとき， $A + BK$ の固有値を $\{-2, -2, -2\}$ とするゲイン $K = (k_1 \ k_2 \ k_3)$ を求めよ．