# 力学系数学

## 6

連立常微分方程式

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(y-z) \\ \dfrac{dy}{dt} = y(z-x) \\ \dfrac{dz}{dt} = z(x-y) \end{cases} \tag{1}$$

について次の問いに答えよ．

(i) $x(0)+y(0)+z(0)=1$ と仮定するとき，任意の $t$ について

$$x(t)+y(t)+z(t)=1$$

が成り立つことを示せ．

関係式 $x(t)+y(t)+z(t)=1$ を用いて 変数 $z(t)$ を消去すると方程式 (1) は

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(x+2y-1) \\ \dfrac{dy}{dt} = -y(2x+y-1) \end{cases} \tag{2}$$

となる．方程式 (2) について以下の問いに答えよ．

(ii) $xy$-平面の領域 $D=\{(x,y)|x>0, y>0, x+y<1\}$ における方程式 (2) の平衡点をすべて求め，線形近似法によって，その安定性を調べよ．

(iii) $xy$-平面全体における方程式 (2) の平衡点をすべて求め，線形近似法によって，その安定性を調べよ．ただし，(ii) で調べた平衡点については除くものとする．

(iv) $xy$-平面全体における方程式 (2) の解曲線の概形を図示せよ．