アルゴリズム基礎

2

全順序有限集合に対して次の三つの操作をサポートするようなデータ構造 D を考える．

CREATE(H): 空の集合 H を作る（初期化）．

INSERT(H, x): 集合 H に要素 x を挿入する．

DELETEMIN(H): 集合 H が空ではない時，最小の要素（複数個ある場合はその一つ）を削除し，その要素を返す．

任意に与えられた n 個の要素を小さい順に整列することを考える．二要素の大小関係は $O(1)$ 時間で判定できるものとし，以下の問いに答えよ．ただし，アルゴリズムや実装を示すのに C 言語風または Pascal 言語風の疑似コードを用いるとする．

(i) 上記の三つの操作を用いて整列アルゴリズムを設計せよ．

(ii) データ構造 D としてヒープ（heap）を用いたとき，(i) のアルゴリズムが $O(n \log n)$ 時間で実行できるようなヒープの実装を示し，実行時間が $O(n \log n)$ であることを確かめよ．

(iii) 一般に二要素の大小関係を判定することだけで整列を行うようなアルゴリズムは $\Omega(n \log n)$ 時間必要であることを示せ．