アルゴリズム基礎

2

以下のように２次元ベクトル $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ の集合上で全順序 $\preceq$ を定義する．

$$(x_1, y_1) \preceq (x_2, y_2) \iff \text{(a) } x_1 + y_1 < x_2 + y_2 \text{ または (b) } x_1 + y_1 = x_2 + y_2 \text{ かつ } x_1 \leqq x_2$$

任意に与えられる n 個の２次元ベクトルからなる有限多重集合 A の全要素を $\preceq$ に従って，小さいものから大きいものへの順に整列させることを考える．ただし，同じ x, y 成分を持つ二つのベクトルの順序は任意である．ヒープソートに関して以下の問いに答えよ．入力として，A の n 個のベクトルは，１次元配列 `v` に格納されている．また，A の各要素 `v[i]` (`i` がインデックス) の x 成分と y 成分をそれぞれ `v[i].x` と `v[i].y` と書く．

(i) (ソートのための) ヒープの特徴と基本操作を述べよ．

(ii) (i) のヒープの実現方法を C または Pascal 言語の擬似コードを用いて示せ．その際，高々$O(n)$ の追加領域を用いてよい．

(iii) (i) のヒープを用いたヒープソートの擬似コードを示せ．

(iv) 四則演算や比較，値の代入が $O(1)$ 時間でできるとし，ヒープソートが $O(n \log n)$ の計算時間で実現できることを示せ．