数理物理学通論

Mathematical Physics, Advanced

【配当学期】 後期

【 担 当 者 】 谷村・五十嵐(顕)

【 内 容】

数理物理学の基礎的理論を数学的、あるいは物理的側面に重点をおいて講義する。

今期前半は、圏論(category theory)の入門的な講義を行う。圏論はもともと代数的トポロジーの分野で定式化されたが、いまやトポロジーの枠を超えて、集合論の対極に位置づけられるような基本的数学概念である。圏論は、個物・要素よりも個物の間の関係を記述し、関係性によって個物を特徴づける、柔軟な数理言語である。

後半は、構造に特徴的な性質を持つ複雑ネットワークとよばれるものの性質を統計物理学的手法を用いて調べる。複雑ネットワークの構造の特徴的な性質である、スモールワールド性とスケールフリー性について説明し、そのような性質を持つネットワークの構成法を説明する。さらに、複雑ネットワーク上での情報のやり取りに関する動的性質に関して講義する。

【授業計画】

| 項目 | 回 数 | 内 容 説 明 |
|------------|-----|--------------------------------------------------------------------------|
| 圏論入門 | 7 | 圏論の基礎概念を解説する。集合論、群論、表現論、トポロジー、微分幾何学との関 連についても解説したい。 |
| (谷村) | | |
| 複雑ネットワークとは | 1 | 複雑ネットワークの例として、自然界、人間の集団、コンピュータ等のネットワーク における例をあげ、その基本的性質を説明する。 |
| (五十嵐) | | |
| スモールワールド性 | 2 | スモールワールド性について説明し、この性質を持つネットワークの構成法について 述べる。平均場近似により構成したネットワークの性質を調べる。 |
| (五十嵐) | | |
| スケールフリー性 | 2 | スケールフリー性を持つネットワークの構成法をいくつか説明する。さらに、スモー ルワールド性を併せ持つネットワークの構成法を説明する。 |
| (五十嵐) | | |
| ネットワークでの | 1 | 複雑ネットワークにおける情報伝達のモデルに関して説明し、ネットワークの構造が どのように影響するかを述べる。 |
| 情報伝達 (五十嵐) | | |

【教科書】

【参考書】

- ・「圏論の基礎」マックレーン著(シュプリンガー・フェアラーク東京)
- ・「トポロジー・圏論・微分幾何」谷村省吾著(サイエンス社)
- ・「プログラム意味論」横内寛文著(共立出版)
- ・「新ネットワーク思考~世界のしくみを読み解く~」バラバシ著(NHK出版, 2002)
- ・「複雑ネットワークの科学」益田、今野著(産業図書, 2005)

【目的・達成目標】

前半は、圏・関手・自然変換・極限・随伴など圏論の基礎概念を理解し、それらが応用される場面を知ることを目標とする。

後半は、実在するほとんどのネットワークが持つスケールフリー性・スモールワールド性の基礎 を理解し、その応用面を知ることを目標とする。

【成績評価の方法】

前半は、授業中にレポート課題を出題し、答案レポートによって理解度を評価する。

後半は、試験を行うことによって上記目標の達成度・理解度を評価する。

【その他】