

線形制御理論

4

伝達関数

$$P(s) = \frac{b}{s^2 + 2as + a^2 + 1}$$

で表される線形時不変システムを考える。ただし、 a, b は実数の定数である。以下の問いに答えよ。

- (i) 時刻 t におけるこのシステムの入力と出力をそれぞれ $u(t)$ と $y(t)$ とする。このとき、インパルス応答が時刻 $t = \pi/4$ において最大値をとり、さらに $u(t) = \sin t$ のとき $y(t)$ が振幅 1 の正弦波に漸近するような a, b を求めよ。

図1の制御系を考える。ただし、 $P(s)$ は上で与えられた伝達関数、 a, b は (i) で求めた値であり、 K は 0 でない実数の定数とする。また $r(t)$ を入力、 $y(t)$ を出力とするシステムの伝達関数を $T(s)$ とする。

- (ii) $T(s)$ を求め、このシステムを安定化する K の範囲を求めよ。
- (iii) $T(s)$ の極の実部がすべて -0.5 以下となる K が存在するか、また $T(s)$ の極の実部がすべて -1 未満となる K が存在するか、それぞれ理由とともに答えよ。

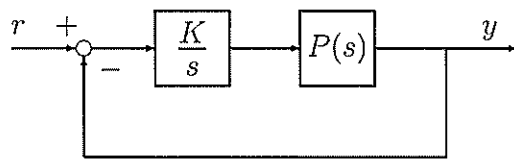


図1: 制御系

An English Translation:

Linear Control Theory

4

Consider the linear continuous-time system described by the transfer function

$$P(s) = \frac{b}{s^2 + 2as + a^2 + 1},$$

where a and b are real constants. Answer the following questions.

- (i) Let $u(t)$ and $y(t)$ be the input and output of this system at time t , respectively. Find the value of a and b such that the impulse response has its maximum at the time $t = \pi/4$, and that $y(t)$ converges to a sinusoid with the amplitude 1 when $u(t) = \sin t$.

Figure 1 shows a control system, where $P(s)$ is given as above, a and b are the values obtained in (i), and K is a nonzero real constant. Let $T(s)$ be the transfer function of the system with input $r(t)$ and output $y(t)$.

- (ii) Compute $T(s)$ and determine the range of K for which this system is stable.
- (iii) Determine whether there exists K such that every pole of $T(s)$ has the real part less than or equal to -0.5 . Determine whether there exists K such that every pole of $T(s)$ has the real part less than -1 . The derivation process should be shown.

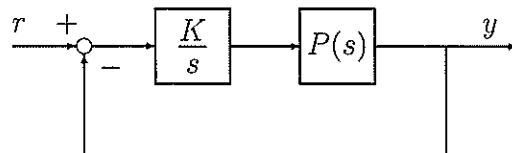


Figure 1: Control system