

アルゴリズム基礎

2

$G = (V, E)$ を節点集合 V , 枝集合 E から成る連結な単純無向グラフとし, G は隣接リストにより貯えられているとする. 二点 $u, v \in V$ 間の路の最短の長さを $\text{dist}(u, v)$ と記す. 以下の問いに答えよ.

- (i) 任意の点 $s \in V$ を選ぶ. $\text{dist}(s, u) = \text{dist}(s, v)$ を満たす枝 $uv \in E$ が存在すれば, 枝 uv は長さ奇数の単純閉路に含まれることを証明せよ.
- (ii) G が二部グラフであるかどうかを $O(|V| + |E|)$ 時間で判定する方法を示せ.
- (iii) 異なる二点 $s, t \in V$ に対して, s, t 間の最短路が唯一であるかどうかを $O(|V| + |E|)$ 時間で判定する方法を示せ.

An English Translation:

Data Structures and Algorithms

2

Let $G = (V, E)$ denote a simple connected undirected graph with a vertex set V and an edge set E . Assume that G is stored in adjacency lists. For two vertices $u, v \in V$, let $\text{dist}(u, v)$ denote the shortest length of a path between them. Answer the following questions.

- (i) Let $s \in V$ be an arbitrary vertex. Prove that if there is an edge $uv \in E$ such that $\text{dist}(s, u) = \text{dist}(s, v)$ then edge uv is contained in a simple cycle of an odd length.
- (ii) Show how to test whether G is a bipartite graph or not in $O(|V| + |E|)$ time.
- (iii) Let $s, t \in V$ be two distinct vertices. Show how to test whether G has only one shortest path between s and t or not in $O(|V| + |E|)$ time.