

アルゴリズム基礎

2

$k \geq 4$ 個の配列 A_1, A_2, \dots, A_k があり, 各配列 A_i に $n_i \geq 1$ 個の整数が小さい順に貯えられている. ここで, $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ とし, k 個の配列全体の中で貯えられている n 個の整数は全て異なるとする. 以下の問いに答えよ.

- (i) 配列 A_1, A_2 内の $n_1 + n_2$ 個の整数を $O(n_1 + n_2)$ 時間で小さい順に整列できることを示せ.
- (ii) 配列 A_1, A_2, A_3, A_4 に対し, 各配列 A_i から要素 a_i を選んだ組 (a_1, a_2, a_3, a_4) のうち二要素の差の総和 $\sum_{1 \leq h < j \leq 4} |a_h - a_j|$ を最小にするものが $O(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)$ 時間で見つけられることを示せ.
- (iii) k 個の配列 A_1, A_2, \dots, A_k 内の n 個の整数を $O(n \log k)$ 時間で小さい順に整列できることを示せ.
- (iv) k 個の配列 A_1, A_2, \dots, A_k 内の n 個の整数の中で小さいものから k 個の整数を $O(k \log k)$ 時間で選び出せることを示せ.

An English Translation:

Data Structures and Algorithms

2

For a given integer $k \geq 4$, let A_1, A_2, \dots, A_k be given arrays, where each array A_i contains $n_i \geq 1$ integers sorted in an ascending order. Let $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$, and assume that all n integers contained in the k arrays are distinct. Answer the following questions.

- (i) Prove that sorting in an ascending order the $n_1 + n_2$ integers in the arrays A_1 and A_2 can be executed in $O(n_1 + n_2)$ time.
- (ii) For the arrays A_1, A_2, A_3 and A_4 , prove that it takes $O(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)$ time to find a tuple that minimizes the sum of differences of every two elements $\sum_{1 \leq h < j \leq 4} |a_h - a_j|$ among all tuples (a_1, a_2, a_3, a_4) such that a_i is selected from A_i .
- (iii) Prove that sorting in an ascending order the n integers in the arrays A_1, A_2, \dots, A_k can be executed in $O(n \log k)$ time.
- (iv) Prove that selecting the k smallest integers out of the n integers in the arrays A_1, A_2, \dots, A_k can be executed in $O(k \log k)$ time.