物理統計学

5

質量 m の単原子分子からなる古典理想気体の速度分布は, 熱平衡状態で

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{m|\vec{v}|^2}{2kT}\right\}$$

で与えられる. ただし, $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ を速度ベクトル, k をボルツマン定数, T を絶対温度とする. 以下の問いに答えよ.

(i) 速さ $u(\equiv |\vec{v}|)$ の分布を求めよ.

(ii) 最も出現確率が高い速さ u^* を求めよ.

(iii) 速さの平均値 $\langle u \rangle$ を求めよ.

(iv) 速さの 2 乗の平均 $\langle u^2 \rangle$ を求めよ.

(v) 次の関係式

$$u^* < \langle u \rangle < \sqrt{\langle u^2 \rangle}$$

が成立することを示せ.

An English Translation:

Physical Statistics

$\boxed{5}$

The velocity distribution of a particle in a classical ideal monatomic gas in thermal equilibrium is given by

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left\{-\frac{m|\vec{v}|^2}{2kT}\right\},$$

where $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ is the velocity vector, k is the Boltzmann constant and T is the absolute temperature. Answer the following questions.

(i) Obtain the distribution for the speed $u = |\vec{v}|$.

(ii) Obtain the most probable speed u^*.

(iii) Obtain the average $\langle u \rangle$ of speed.

(iv) Obtain the average $\langle u^2 \rangle$ of squared speed.

(v) Show that the relation

$$u^* < \langle u \rangle < \sqrt{\langle u^2 \rangle}$$

holds.