

制御理論

4

以下の問いに理由とともに答えよ.

(i) 図1の制御系を考える. ただし, $P(s)$ は

$$P(s) = \frac{1-s}{(s+1)^2}$$

で与えられる. また r は参照入力, d は外乱, u は制御入力, y は出力である.

(a) $P(s)$ のインパルス応答を求め, ゲイン線図の概略を描け.

(b) r から y までの伝達関数が $\frac{1}{s^2+2s+2}$ となるような $C(s)$ を求めよ. また, この $C(s)$ を用いる場合の制御系の内部安定性を判定せよ.

(ii) 状態方程式

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$$

により与えられる線形システムを考える. ただし, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ は状態, $u(t) \in \mathbb{R}$ は制御入力, $y(t) \in \mathbb{R}$ は観測出力であり, \top は転置をあらわす.

(a) 任意の $t > 0$ に対して可制御性グラミアン

$$\int_0^t e^{-As}BB^\top e^{-A^\top s} ds$$

が正定値ならば, このシステムは可制御であることを証明せよ.

(b) u から y までの伝達関数が $\frac{1}{s^2}$ となるような, 最小実現 (A, B, C) を1つ求めよ.

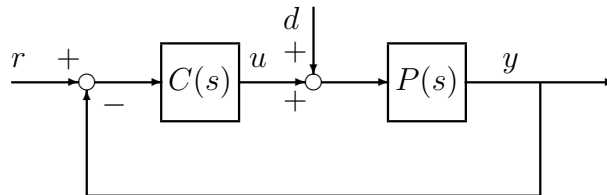


図1: 制御系

An English Translation:

Control Theory

4

Answer the following questions. Show the derivation process.

- (i) Figure 1 shows a control system, where $P(s)$ is given by

$$P(s) = \frac{1-s}{(s+1)^2}.$$

Here, r is the reference input, d is the disturbance, u is the control input, and y is the observation.

- (a) Find the impulse response of $P(s)$ and sketch the gain diagram of $P(s)$.
- (b) Find $C(s)$ such that the transfer function from r to y is $\frac{1}{s^2 + 2s + 2}$. Determine the internal stability of the control system when the obtained $C(s)$ is applied.
- (ii) Consider a linear dynamical system given by the state equation

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$$

where $x(t) \in \mathbb{R}^n$ is a state vector, $u(t) \in \mathbb{R}$ is a control input, $y(t) \in \mathbb{R}$ is an observation output, and $^\top$ denotes transposition.

- (a) Prove that the system is controllable if the controllability Gramian

$$\int_0^t e^{-As}BB^\top e^{-A^\top s}ds$$

is positive definite for arbitrary $t > 0$.

- (b) Find a minimal realization (A, B, C) such that the transfer function from u to y is $\frac{1}{s^2}$.

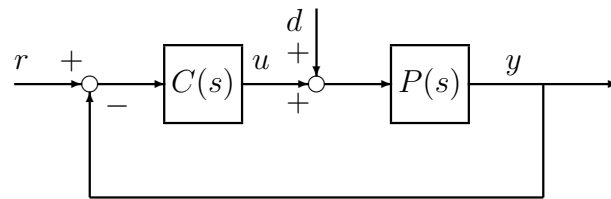


Figure 1: Control system