

線形代数

2

n をある自然数とし, A_n をその (i, j) 成分が

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j - 2 & (i + j \leq n + 1 \text{ のとき}) \\ i + j - n - 2 & (i + j > n + 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

により与えられる n 次正方行列とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (i) $|A_4|$ を求めよ.
- (ii) A_3 の固有値をすべて求め, 各固有値に対する固有ベクトルを求めよ.
- (iii) $B = P^{-1}A_3P$ が対角行列となるような正則行列 P と対角行列 B を求めよ.
- (iv) A_2 と可換な 2 次正方行列をすべて求めよ.

An English Translation:

Linear Algebra

2

Let n be a positive integer, and let A_n be the $n \times n$ matrix whose (i, j) -element is given by

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j - 2 & (\text{for } i + j \leq n + 1); \\ i + j - n - 2 & (\text{for } i + j > n + 1). \end{cases}$$

Answer the following questions.

- (i) Find $|A_4|$.
- (ii) Find all the eigenvalues of A_3 and obtain an eigenvector associated with each eigenvalue.
- (iii) Find the nonsingular matrix P and diagonal matrix B such that $B = P^{-1}A_3P$ is a diagonal matrix.
- (iv) Find all 2×2 matrices that commute with A_2 .